

Рекомендации и методические указания к выполнению контрольных работ по математике

Заочные подготовительные курсы факультета довузовской подготовки ХНАГХ организованы с целью оказания помощи абитуриентам при подготовке к вступительным экзаменам в ВУЗ. Контрольные работы по математике составлены в соответствии с Программой вступительных экзаменов в ВУЗы в 2006 году.

Самостоятельная работа слушателя заочных подготовительных курсов в основном складывается из проработки учебников, решения задач согласно рекомендуемой литературе и выполнения контрольных работ. Каждая контрольная работа должна быть выполнена в отдельной тетради и сдана в деканат ФДП до 15 марта текущего учебного года. Работы можно высылать по почте

(адрес: 61002 г.Харьков, ХНАГХ, ул.Революции,12. Подготовительные курсы).

При решении алгебраических задач следует:

- полностью записать условие задачи;
- объяснить выкладки (что из чего получается и каким образом);
- провести проверку решений (если это необходимо);
- указать все ограничения, возникающие как из условия, так и в ходе преобразований.

При решении задач по планиметрии и стереометрии рекомендуем придерживаться такой последовательности действий:

- аккуратно выполнить чертеж, показав сплошными видимые линии и пунктиром – невидимые (для задач по стереометрии);
- чертеж должен обязательно соответствовать условию задачи, его не следует перегружать ненужными деталями, но все элементы, известные из условия, а также те, которые необходимо найти, должны быть четко видны;
- записать краткое условие задачи («Дано:...», «Найти:...»);
- обозначения на чертеже должны быть объяснены, а обозначения в тексте решения должны с ними совпадать;
- если в процессе рассуждений применяется какая-либо теорема или формула, то ее нужно назвать;
- необходимо строго доказывать используемые геометрические утверждения (скажем, перпендикулярность прямых, плоскостей и т.п.);

- обычно стереометрическая задача приводится к задаче по планиметрии, поэтому полезно делать отдельные рисунки плоских фигур, сохраняя при этом обозначения исходного чертежа.

Контрольные работы оцениваются преподавателем по пятибалльной системе. Если слушатель получил оценку «неудовлетворительно», то работу необходимо переписать и сдать в деканат.

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Упростить выражение $\left(m + n - \frac{4mn}{m+n}\right) : \left(\frac{m}{m+n} - \frac{n}{n-m} - \frac{2mn}{m^2 - n^2}\right)$.
2. Вычислить $\left(\sqrt{(\sqrt{2}-1,5)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}\right)^2 + 0,75$.
3. Решить уравнение $(x-1)^3 + (2x+3)^3 - 8 = 27x^3$.
4. Решить уравнение $\frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - 4$.
5. Решить уравнение $|x-1| + |4x-3| = x+16$.
6. Решить неравенство $\frac{2x^2-9x+4}{x+3} \leq 0$.
7. Решить неравенство $|x-3| > x^2+2x+5$.
8. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ x^2 - y^2 + 16 = 0 \end{cases}$.
9. Решить систему неравенств $\begin{cases} x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{3} \leq \frac{x-1}{4} - 2 \\ 1,5x - 2,5 < x \end{cases}$.
10. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь $1,(6)$.

Вариант 2

1. Упростить выражение $\frac{a^3+b^3}{a+b} : (a^2-b^2) + \frac{2b}{a+b} - \frac{ab}{a^2-b^2}$.
2. Вычислить $\sqrt{(\sqrt{5}-2,5)^2} - \sqrt[3]{(1,5-\sqrt{5})^3} - 1$.
3. Решить уравнение $(4x-1)^3 - (x+1)^3 + 8 = 27x^3$.
4. Решить уравнение $\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2x+2}$.
5. Решить уравнение $|x+4| + |3x-5| = x+31$.

6. Решить неравенство $\frac{x^2 + x - 6}{x + 1} \leq 0$.
7. Решить неравенство $|x + 1| < x^2 + 4x + 3$.
8. Решить систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$.
9. Решить систему неравенств $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{x-1}{4} - x - 2 \\ 0,5x < 2 - x \end{cases}$.
10. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь $5,8(12)$.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Решить систему уравнений $\begin{cases} \sqrt[3]{x+y+4} + \sqrt[3]{y+7} = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$.
2. Решить уравнение $\sqrt{1+4x-x^2} = x-1$.
3. Решить уравнение $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$.
4. Решить уравнение $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$.
5. Решить уравнение $\frac{x-a}{\sqrt{x-1}} = 0$.
6. Решить неравенство $\sqrt{x+61} < x+5$.
7. Решить неравенство $\sqrt{2x^2-3x-5} < x-1$.
8. Решить неравенство $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$.
9. Решить неравенство $\sqrt{x^2-5x+4} + \sqrt{x^2-5x+20} \geq 4$.
10. Решить неравенство $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} > 0$.

Вариант 2

1. Решить систему уравнений $\begin{cases} \sqrt[3]{x+2y} + \sqrt[3]{x-y+2} = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$.
2. Решить уравнение $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$.
3. Решить уравнение $(x+1)\sqrt{x^2+x-2} = 2x+2$.
4. Решить уравнение $\frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6-x}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{6-x}} = \frac{x}{6}$.

5. Решить уравнение $\frac{x-1}{\sqrt{x+a}} = 0$.
6. Решить неравенство $\sqrt{3x+1} \leq x+1$.
7. Решить неравенство $\sqrt{x^2-3x+2} > x+3$.
8. Решить неравенство $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5}$.
9. Решить неравенство $\sqrt{x^2-x+2} + \sqrt{x^2-x+14} > 6$.
10. Решить неравенство $x\sqrt{x-a} \leq 0$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Упростить выражение $2^{4\log_4 a} - 5^{\frac{1}{2}\log_5 a} - a^0$.
2. Решить уравнение $4^x - 3^{x-0,5} = 3^{x+0,5} - 2^{2x-1}$.
3. Решить уравнение $3^x + 4^x = 5^x$.
4. Решить неравенство $3^x - 2^{x+4} > 3^{x-1} - 55 \cdot 2^{x-2}$.
5. Решить неравенство $9^{x+1} - 2 \cdot 3^x < 7$.
6. Решить уравнение $\log_7(x-2) - \log_7(x+2) = 1 - \log_7(2x-7)$.
7. Решить уравнение $\log_{\frac{1}{2}} 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$.
8. Решить неравенство $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 0$.
9. Решить неравенство $\frac{4}{\lg 10x} - \frac{5}{\lg 100x} \geq 0$.
10. Решить систему уравнений $\begin{cases} \log_y x + \log_x y = \frac{5}{2} \\ xy = 27 \end{cases}$.

Вариант 2

1. Упростить выражение $81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}$.
2. Решить уравнение $5^{2x-1} + 4^x = 5^{2x} - 4^{x+1}$.
3. Решить уравнение $2^x + 5^x = 7^x$.
4. Решить неравенство $7^x - 2^{x+2} < 5 \cdot 7^{x-1} - 2^{x-1}$.
5. Решить неравенство $3^{2x+1} + 3^{x+2} + 6 > 0$.
6. Решить уравнение $\log_5(3x-11) + \log_5(x-27) = 3 + \log_5 8$.
7. Решить уравнение $\log_2 2(x-1)^2 - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 5$.

8. Решить неравенство $\log_{0,5} \log_8 \frac{x^2 - 2x}{x - 3} \leq 0$.
9. Решить неравенство $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} < 1$.
10. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3} \\ xy = 16 \end{cases}$$

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Упростить выражение $\sqrt{\sin^2 \beta (1 + \operatorname{ctg} \beta) + \cos^2 \beta (1 + \operatorname{tg} \beta)}$.
2. Доказать справедливость равенства $\cos 20^\circ + 2 \sin^2 55^\circ - \sqrt{2} \sin 65^\circ = 1$.
3. Решить уравнение $\sin(1 - 2x) = -\frac{1}{2}$.
4. Решить уравнение $3 \sin x + 4 \cos x = 5$.
5. Решить уравнение $\sin x + \sin 7x - \cos 5x + \cos 3x = 0$.
6. Решить уравнение $\sqrt{2}(1 + \cos x) = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$.
7. Решить уравнение $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - 2 \operatorname{tg} 3x = 0$.
8. Решить уравнение $4 \sin^3 x \cdot \cos 3x + 4 \cos^3 x \cdot \sin 3x = 3 \sin 2x$.
9. Решить уравнение $2 \cos^2 x + 2\sqrt{2} \sin x - 3 = 0$.
10. Решить уравнение $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos^2 x} = 3$.

Вариант 2

1. Упростить выражение $\frac{\cos \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin^2 \beta} - \operatorname{ctg} \beta \cdot \cos \beta$.
2. Доказать справедливость равенства $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} = \frac{1}{8}$.
3. Решить уравнение $\cos(1 - 3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Решить уравнение $3 \cos x + 5 \sin x = 4$.
5. Решить уравнение $\sin 2x - \sin 3x + \sin 8x = \sin 7x$.
6. Решить уравнение $(\cos 6x - 1) \cdot \operatorname{ctg} 3x = \sin 3x$.
7. Решить уравнение $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 3x = 0$.
8. Решить уравнение $\sin^3 x \cdot \sin 3x + \cos^3 x \cdot \cos 3x = \cos^3 4x$.
9. Решить уравнение $3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$.

10. Решить уравнение $2\operatorname{tg}^2 x + 3 = \frac{3}{\cos x}$.

Контрольная работа №5

Вариант 1

1. Две стороны треугольника равны 6 см и 8 см , а медиана, проведенная к третьей стороне, равна 5 см . Найти третью сторону треугольника.
2. Сторона прямоугольника равна a , а угол между диагоналями, противолежащий другой стороне, равен φ . Найти площадь прямоугольника.
3. Высоты параллелограмма, проведенные из одной вершины, равны a и b , а угол между ними равен α . Найти площадь параллелограмма.
4. Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны. Найти площадь этой трапеции, если ее основания равны 6 см и 10 см .
5. Основание равнобедренного треугольника равно a , угол при основании равен α . Найти длину медианы, проведенной к боковой стороне.

Вариант 2

1. Две стороны треугольника равны 7 см и 11 см , а медиана, проведенная к третьей стороне, равна 6 см . Найти третью сторону треугольника.
2. Сторона прямоугольника равна a , а угол между диагоналями, противолежащий к заданной стороне, равен φ . Найти площадь прямоугольника.
3. Стороны параллелограмма равны 12 см и 7 см , а угол между его высотами, проведенными из одной вершины, равен 30° . Найти площадь параллелограмма.
4. Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны. Найти площадь этой трапеции, если ее высота равна h .
5. Основание равнобедренного треугольника равно a , угол при вершине равен α . Найти длину биссектрисы, проведенной к боковой стороне.

Контрольная работа №6

Вариант 1

1. Основанием прямой призмы является ромб. Диагонали призмы равны 8 см и 5 см , а высота призмы равна 2 см . Найти площадь основания.

2. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α . Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если радиус окружности, описанной около ее боковой грани равен R .
3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна d и составляет с образующей угол α . Найти объем цилиндра.
4. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α . Найти площадь полной поверхности вписанного конуса, если площадь основания пирамиды равна Q .
5. Найти радиус шара, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания пирамиды равна a , а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом α .

Вариант 2

1. Основанием прямой призмы служит ромб, диагонали призмы равны d_1 и d_2 , а высота призмы равна h . Найти сторону основания призмы.
2. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро образует со стороной основания угол β . Найти боковую поверхность пирамиды, если радиус окружности, вписанной в боковую грань, равен r .
3. Площадь осевого сечения цилиндра равна S , угол между диагональю сечения и плоскостью основания равен α . Найти объем цилиндра.
4. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро равно b и составляет с плоскостью основания угол α . Найти площадь полной поверхности конуса, описанного около пирамиды.
5. Найти радиус шара, описанного около правильной треугольной пирамиды, если сторона основания пирамиды равна a , а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом α .

Список литературы

1. Алексеев В.М. Элементарная математика. Решение задач. – К.: Вища школа, 1989. – 360 с.
2. Бардушкин В.В., Кожухов И.Б., Прокофьев А.А., Ревякин А.М., Терещенко А.М. Письменный вступительный экзамен по математике. Серия «Как сдать экзамены» - М.: Лист, 1998. – 288 с.
3. Збірник конкурсних і олімпіадних задач з математики / За ред. О.К. Закусило. – К.: Діалектика, 1995. – 192 с.
4. Ігначков В.С., Ігначкова А.В. Математика для вступників у ВУЗи. – Х.: Основа, 1992. – 332 с.
5. Карагодова О.О., Черняк О.І. Збірник задач з математики з аналізом розв'язків: Посібн. для старшокласників та абітурієнтів. – К.: Тов. «Знання», КОО, 2000. – 332 с.
6. Конкурсні задачі з математики: Навч. посібн. / В.А. Вишенський, М.О. Перестюк, А.М. Самойленко. – К.: Вища школа, 2001. – 432 с.
7. Куланин Е.Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике. – М.: Рольф, 1997. – 608 с.
8. Олехин С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: Справочник. – М.: Изд. «Факториал», 1997. – 216 с.
9. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы / Под ред. М.И. Сканава. – М.: Высшая школа, 1995. – 432 с.